

Computational Learning Theory

Wintersemester 2011/2012

Prof. Dr. Georg Schnitger

Arbeitsgruppe Theoretische Informatik, Institut für Informatik



Blatt 3

Ausgabe: 07.11.2011

Abgabe: 14.11.2011

Hinweis: Die maximal erreichbare Punktzahl für dieses Blatt ist 24. Alle darüber hinaus erreichten Punkte werden zur Gesamtpunktzahl aller Blätter addiert.

3.1. Aufgabe (10)

Occam-Algorithmen

Wir betrachten den folgenden Occam-Algorithmus für konvexe Polygone in der Ebene, der auf einer Menge von m zufällig gewählten, klassifizierten Beispielen $(x, b) \in \mathbb{R}^2 \times \{0, 1\}$ arbeitet. Es ist $b = 0$ genau dann wenn x nicht im Zielkonzept liegt.

- (1) Finde eine Gerade, die alle positiven Beispiele auf der einen und möglichst viele negative Beispiele auf der anderen Seite hat.
- (2) Entferne diese negativen Beispiele und wiederhole Schritt (1), solange negative Beispiele vorhanden sind.
- (3) Der Algorithmus gibt den Schnitt aus den Halbräumen dieser Geraden als konvexes Polygon aus.

Zeige, dass nur $O(e \log m)$ Iterationen notwendig sind, wobei e die Eckenzahl des Zielkonzeptes sei. Wie ist Schritt (1) auszuführen?

Hinweis: Gieriger Überdeckungsalgorithmus.

3.2. Aufgabe (10)

VC-Dimension

Das Konzept eines konvexen Polygons P in \mathbb{R}^2 besteht aus allen Punkten der Ebene, die innerhalb von P liegen.

- a) Sei GONS die Klasse der konvexen Polygone. Zeige, dass $VC(\text{GONS}) = \infty$.
- b) Die Konzeptklasse k -GONS ist die Klasse der konvexen Polygone, die maximal k Ecken besitzen.
 - i) Zeige $VC(k\text{-GONS}) \geq 2k + 1$.
 - ii) Zeige $VC(k\text{-GONS}) < 2k + 2$.

3.3. Aufgabe (10)

VC-Dimension

Eine boolesche Formel in $k - DNF_n$ enthält eine beliebige Anzahl von Klauseln, die jeweils aus höchstens k Literalen über n Variablen bestehen. Zeige:

a) $VC(k - DNF_n) \leq \sum_{i=0}^k \binom{2n}{i}$

b) $VC(k - DNF_n) \geq \binom{n}{k}$