# Computational Learning Theory

Wintersemester 2011/2012

Prof. Dr. Georg Schnitger

Arbeitsgruppe Theoretische Informatik, Institut für Informatik

GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN

---

# Blatt 4

Ausgabe: 14.11.2011
Abgabe: 21.11.2011

### 4.1. Aufgabe (12) *VC-Dimension*

$C, C_1$ und $C_2$ seien Konzeptklassen.

a) Sei $\overline{C} = \{c \in \Sigma^* | (\Sigma^* - c) \in C\}$ die Komplementklasse von $C$. Zeige $\mathrm{VC}(\overline{C}) = \mathrm{VC}(C)$.

b) Sei $C_{C_1 \cup C_2} = \{c | \exists c_1 \in C_1, c_2 \in C_2 \text{ mit } c = c_1 \cup c_2\}$. Widerlege $\mathrm{VC}(C) \leq \mathrm{VC}(C_1) + \mathrm{VC}(C_2)$ z.B. mit Hilfe der Konzeptklassen $C_1 = \mathrm{GERADE}_2$ und $C_2 = \mathrm{KREIS}_2$, den Geraden und Kreisen im $\mathbb{R}^2$.

### 4.2. Aufgabe (12) *k-KNF*

a) Zeige: Für jede Menge $S \subseteq \{0, 1\}^n$ von $m$ klassifizierten Beispielen kann eine konsistente $k$-CNF-Formel in polynomieller Zeit (in $m$ und $n^k$) gefunden werden, falls eine solche Formel existiert. Damit ist das Konsistenzproblem ($k$-CNF, $k$-CNF) effizient lösbar, d.h. ein unbekanntes Konzept aus der Klasse $k$-CNF kann mit Hilfe der Hypothesenklasse $k$-CNF effizient gelernt werden.

b) Zeige: Zu jeder $k$-Term-DNF-Formel $\alpha$ gibt es eine äquivalente $k$-CNF-Formel $\beta$.

*Bemerkung*: Wir haben in der Vorlesung gesehen, dass für die Konzeptklasse $k$-Term-DNF eine konsistente Hypothese (wahrscheinlich) nicht unter Verwendung der Hypothesenklasse $k$-Term-DNF gefunden werden kann. Die größere Hypothesenklasse $k$-CNF gibt uns aber diese Möglichkeit.