Computational Learning Theory

Wintersemester 2011/2012

Prof. Dr. Georg Schnitger

Arbeitsgruppe Theoretische Informatik, Institut für Informatik

GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN

Blatt 9

Ausgabe: 09.01.2012
Abgabe: 16.01.2012

9.1. Aufgabe (12) — *Featurevektoren für Intervalle*

Wir betrachten die Konzeptklasse $INTERVALL = \{\{x \in \mathbb{R} | a \leq x \leq b\} | a, b \in \mathbb{R}, a \leq b\}$. Das den Parametern a und b zugeordnete Konzept beinhaltet also alle reellen Zahlen im Intervall $[a, b]$. Dieses Konzeptklasse ist offensichtlich nicht linear separierbar.

a) Wir ordnen jedem $x \in \mathbb{R}$ den Feature-Vektor $\phi(x) = (x, x^2) \in \mathbb{R}^2$ zu. Zeige, dass die Klasse der Feature-Vektoren $\{\{\phi(x) | a \leq x \leq b\} | a, b \in \mathbb{R}, a \leq b\}$ linear separierbar ist, dass also für jedes a und b eine Gerade im $\mathbb{R}^2$ existiert, die die Feature Vektoren von $x \in [a, b]$ und die Feature-Vektoren von $x \notin [a, b]$ trennt.

b) Zeige, dass der alternative Feature-Vektor $\phi'(x) = (x, x^3)$ keine gute Wahl ist, wenn $INTERVALL$ gelernt werden soll.

9.2. Aufgabe (12) — *Featurevektoren für Kreise*

Wir beschreiben die Konzeptklasse KREIS im $\mathbb{R}^2$, die nicht linear separierbar ist. KREIS enthält zu jedem Punkt $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ und zu jedem Radius $0 < r \in \mathbb{R}$ das Konzept der Punkte, die sich nicht weiter als r vom Punkt (a, b) befinden.

Gib Feature-Vektoren, also eine Abbildung $\phi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^n$ für ein von Dir bestimmtes n, an, so dass das gesuchte Konzept im Featureraum linear separierbar ist.

9.3. Aufgabe (8) — *Polynomielle Kerne*

a) Gib eine Abbildung ϕ an, so dass für $x, y \in \mathbb{R}^n$ gilt: $K(x, y) = \langle x, y \rangle^2 = \langle \phi(x), \phi(y) \rangle$.

b) Betrachte den Kern $K(x, y) = \langle x, y \rangle^d$ für $d \geq 2$ und $x, y \in \mathbb{R}^n$. Bestimme eine Featurefunktion ϕ, die $K(x, y) = \langle \phi(x), \phi(y) \rangle$ erfüllt.