

## Übungsblatt 1

Ausgabe: 16.10.2018  
Abgabe: 23.10.2018, 12:10

- Bitte schreiben Sie Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer, den Namen Ihres Tutors und die Gruppennummer **gut lesbar** auf Ihre Abgaben.
- Bitte **tackern** Sie Ihre abgegebenen Blätter zusammen.
- Für jedes Übungsblatt gilt: Alle Antworten sind zu **begründen**, außer der Aufgabentext erlaubt, dass eine Begründung entfallen darf.
- Durch die Übungen können Sie einen Bonus für die Klausur von bis zu 15% erwerben. Dieser Bonus wird nur dann angerechnet, wenn Sie mindestens einmal im Semester eine Lösung zu einer Aufgabe in Ihrem Tutorium präsentieren. Bitte beachten Sie auf der Veranstaltungsw Webseite auch die [Hinweise zum wissenschaftlichen Arbeiten bei Übungsaufgaben](#).
- Weitere Informationen zum Übungsbetrieb und zur Vorlesung finden Sie ebenfalls auf der Webseite: <http://tinygu.de/dismod1819>.

Viel Spaß!

### Aufgabe 1.1 *Mit Mengen arbeiten*

(9 × 4 = 36 Punkte)

- a) Geben Sie an, welche der Aussagen richtig und welche falsch sind. Geben Sie jeweils (wie immer) auch eine kurze Begründung an.

- i)  $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$                       ii)  $\{\{1, 2, 3\}\} \subsetneq \{1, 2, 3\}$                       iii)  $\mathbb{Q} \supseteq \{x^4 : x \in \mathbb{R}\}$   
iv)  $\emptyset \in \emptyset$                               v)  $\{\emptyset\} \subseteq \{1, \{2\}\} \cap \{2, 1\}$

- b) Ohne Begründung: Bestimmen Sie jeweils das Ergebnis der Mengenoperation in extensionaler (bzw. expliziter) Schreibweise.

- i)  $\{1, 2, 2, 5\} \setminus \{5, 2\} = \underline{\hspace{2cm}}$                       ii)  $\{\emptyset, 5\} \setminus \{\emptyset\} = \underline{\hspace{2cm}}$   
iii)  $\{2, 1\} \oplus \{1, 3\} = \underline{\hspace{2cm}}$                       iv)  $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} \{i \in \mathbb{N} : i \geq n\} = \underline{\hspace{2cm}}$

### Aufgabe 1.2 *Beweise führen*

(3 × 10 = 30 Punkte)

Welche der Gleichungen sind für *beliebige* Mengen  $A, B, C$  korrekt, welche nicht? Begründen Sie Ihre Antwort.

*Hinweis:* Um eine Gleichheit  $X = Y$  zu zeigen, genügt der Nachweis der beiden Inklusionen  $X \subseteq Y$  und  $Y \subseteq X$ . Um eine Gleichheit zu widerlegen, genügt es ein Gegenbeispiel anzugeben.

- a)  $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$   
b)  $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \setminus C)$   
c)  $(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$

**Aufgabe 1.3** *Vorstandswahl im Club der Pilzköpfe*

(9 + 15 + 10 = 34 Punkte)

Der *Club der Pilzköpfe Bockenheim 1890* ist ein Verein, der sich der Förderung des Pilzesammelns verschrieben hat. Der Verein besteht aus drei Abteilungen, den *Realos* (die ihre Pilze ganz pragmatisch im Supermarkt kaufen), den *Findis* (die ihre Pilze im Wald finden) und den *Psilos* (die ebenfalls Pilze finden, aber meist nur wirres Zeug reden). Jedes Jahr zu Beginn der Pilzsammelsaison wird der Vorstand gewählt. Zu vergeben sind die Posten *Vorsitz*, *Kassenverwaltung*, *Pressekontakte* und *Jugendvertretung* an vier verschiedene Personen. Jedes Mitglied darf für jeden Posten kandidieren. Damit alle Abteilungen repräsentiert sind, haben sich die Pilzköpfe drei Regeln gegeben:

- I. Den Vorsitz darf nur übernehmen, wer Mitglied in allen drei Abteilungen ist.
  - II. Wer für die Kassenverwaltung, die Pressekontakte oder die Jugendvertretung kandidiert, darf nur Mitglied in einer einzigen Abteilung sein.
  - III. In den Vorstand dürfen (aus offensichtlichen Gründen) höchstens zwei Psilos gewählt werden.
- Jedes Mitglied des Vereins ist Mitglied in mindestens einer Abteilung. Niemand weiß, wie viele Mitglieder der Club insgesamt hat, da die Mitgliederverwaltung seit Jahren von den Psilos übernommen wird. Man weiß aber, dass es 16 Realos, 13 Findis und 19 Psilos gibt. Zusätzlich ist folgendes bekannt:

- 1) Zwei Mitglieder sind Psilos, aber weder Realos noch Findis.
- 2) Acht Mitglieder sind sowohl Findis als auch Psilos.
- 3) Fünf Mitglieder sind sowohl Realos als auch Findis, aber keine Psilos.
- 4) Sieben Mitglieder sind Findis, aber keine Realos.

Helfen Sie den Pilzköpfen bei der Vorstandswahl. Verwenden Sie hierfür im Folgenden die Mengen  $R$  (wie Realos),  $F$  (wie Findis) und  $P$  (wie Psilos). Beispielsweise kann Aussage 1) durch die Gleichung  $|P \setminus (R \cup F)| = 2$  dargestellt werden.

*Beachten Sie: Für jede endliche Menge  $A$  bezeichnet  $|A|$  die Anzahl der Elemente in  $A$ .*

- a) Formulieren Sie die Aussagen 2), 3) und 4) mithilfe von Mengen.
- b) Wie viele Mitglieder hat der Club insgesamt?  
Sie dürfen annehmen, dass jedes Mitglied mindestens einer der Abteilungen angehört.
- c) Können die Regeln I, II und III eingehalten werden?

*Hinweis:* Ein Venn-Diagramm könnte sich bei der Bestimmung der Mitgliederzahlen als hilfreich erweisen. Achten Sie in den Teilaufgaben b) und c) darauf, dass all Ihre Zwischenrechnungen nachvollziehbar sind.