

Übungsblatt 1

Ausgabe: 17.10.2019
Abgabe: 24.10.2019, 8:00

- Bitte schreiben Sie Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer, den Namen Ihres Tutors, Ihre Gruppennummer sowie den Titel der Veranstaltung („Dismod“) **gut lesbar** auf Ihre Abgaben.
- Bitte **tackern** Sie Ihre abgegebenen Blätter zusammen. Verwenden Sie keine Klarsichtfolien, Schnellhefter oder Büroklammern.
- Für jedes Übungsblatt gilt: Alle Antworten sind zu **begründen**, außer der Aufgabentext erlaubt, dass eine Begründung entfallen darf.
- Durch die Übungen können Sie einen Bonus für die Klausur von bis zu 12% erwerben. Dieser Bonus wird nur dann angerechnet, wenn Sie die Klausur bestehen und mindestens einmal im Semester eine Lösung zu einer Aufgabe in Ihrem Tutorium präsentieren. Bitte beachten Sie auf der Veranstaltungswebseite auch die [Hinweise zum wissenschaftlichen Arbeiten bei Übungsaufgaben](#).
- Weitere Informationen zum Übungsbetrieb und zur Vorlesung finden Sie ebenfalls auf der Webseite: <http://tinygu.de/dismod1920>.

Viel Spaß!

Aufgabe 1.1 *Mit Mengen arbeiten*

(8 × 3 = 24 Punkte)

Geben Sie an, welche der Aussagen richtig und welche falsch sind. Geben Sie jeweils auch eine kurze Begründung an.

- | | |
|--|--|
| a) $\emptyset \in (\{\emptyset\} \cap \emptyset) \cup \emptyset$ | e) $\{1\} \in \{\{\{1\}\} \cup \{1\}\}$ |
| b) $\{\emptyset, 0\} \setminus \emptyset = \{0, \emptyset\}$ | f) $\{2, 1\} \oplus \{5, 7\} = \{7, 8\}$ |
| c) $\{1, 3, 3, 7\} \setminus \{1, 3\} \supseteq \{3, 7\}$ | g) $1 \in (\{1\} \oplus \{1, 2\}) \oplus \{0, 1\}$ |
| d) $\{\{1, 3\}, 3, 7\} \setminus \{1, 3\} \subseteq \{3, 7\}$ | h) $\bigcup_{z \in \mathbb{Z}} \{z + 2\} = \bigcup_{z \in \mathbb{Z}} \{z - 2\}$ |

Aufgabe 1.2 *Beweise führen*

(15 + 15 = 30 Punkte)

Welche der Gleichungen sind für *beliebige* Mengen A , B und C korrekt, welche nicht? Begründen Sie Ihre Antwort.

Hinweis: Machen Sie sich zunächst mithilfe eines Venn-Diagramms klar, ob eine Aussage wahr bzw. falsch ist. Um eine Gleichheit $X = Y$ zu zeigen, genügt der Nachweis der beiden Inklusionen $X \subseteq Y$ und $Y \subseteq X$. Um eine Gleichheit zu widerlegen, genügt es, ein Gegenbeispiel anzugeben.

- | | |
|-----------------------------------|--|
| a) $(A \setminus B) \oplus B = A$ | b) $A \cap (B \setminus C) = (A \setminus C) \cap B$ |
|-----------------------------------|--|

Bitte wenden!

Aufgabe 1.3 *Angelsäxit-Lunchtime*

(12 + 14 + 5 = 31 Punkte)

John Borison, Statthalter in der Provinz der Angelsachsen, hat es derzeit nicht leicht. Er und seine Gefolgsleute streiten sich seit über drei Jahren darüber, ob sie sich vom Imperium Romanum¹ abspalten sollten und falls ja, wie genau der sogenannte *Angelsäxit* stattfinden soll. Auch an diesem Morgen können sie sich nicht einigen und so beschließen sie, die Verhandlungen zu unterbrechen und über das Mittagessen abzustimmen.

Aus bis zu drei Zutaten (Fisch, Chips, Pfefferminzpudding) soll ein köstliches *Festmahl* zubereitet werden, beispielsweise *Fisch und Chips ohne Pfefferminzpudding* oder *Fisch und Chips mit Pfefferminzpudding*. Ein Festmahl ist durch seine Zutaten eindeutig bestimmt. Nach altem Brauchtum sind alle Gefolgsleute verpflichtet, mindestens eine Option auf ihren Wahlzetteln anzukreuzen.

Lunchtime Ballot Card
<input type="checkbox"/> Fisch
<input checked="" type="checkbox"/> Chips
<input checked="" type="checkbox"/> Pfefferminzpudding

Abbildung: Ein Wahlzettel mit zwei Stimmen

Ebenso wie die Verhandlungen über den Angelsäxit verläuft die Auszählung der Stimmen ziemlich chaotisch. Folgende Ergebnisse liegen vor:

- I) Es gab 21 Kreuze für Fisch, 47 Kreuze für Chips und 40 Kreuze für Pfefferminzpudding.
- II) Auf 15 Wahlzetteln war sowohl Fisch als auch Chips angekreuzt.
- III) 10 Personen stimmten für alle drei Zutaten.
- IV) 40 Wahlzettel enthielten Kreuze für die beiden Zutaten Chips und Pfefferminzpudding.
- V) 41-mal wurde entweder für Fisch oder für Pfefferminzpudding gestimmt, aber nicht für beides.

Weitere Zahlen liegen nicht vor. Die Angelsachsen sind ratlos. Sie haben Hunger, wissen aber nicht einmal, ob sie sich auf ein Mittagessen einigen konnten. Helfen Sie den Angelsachsen dabei, Ordnung in die Auszählung der Stimmen zu bekommen! Beispielsweise kann Ergebnis I) durch die Gleichungen $|F| = 21$, $|C| = 47$ und $|P| = 40$ mithilfe der Mengen F (wie Fisch), C (wie Chips) und P (für Pfefferminzpudding) formuliert werden.

- a) Formulieren Sie die Ergebnisse II) bis V) mithilfe von Mengen.
- b) Wie viele Personen haben an der Abstimmung teilgenommen?
- c) Gibt es ein Festmahl, für das mehr als die Hälfte der Personen gestimmt hat?

Hinweis: Ein Venn-Diagramm könnte sich bei der Bestimmung der Abstimmungsergebnisse als hilfreich erweisen. Achten Sie in Teil b) und c) darauf, dass all Ihre Zwischenrechnungen nachvollziehbar sind.

Aufgabe 1.4 *Kobold-Rätsel*

(15 Punkte)

Als Sie des Abends durch den Wald streifen, tauchen plötzlich vier Kobolde vor Ihnen auf, die sich als Azorg, Bragnanzir, Crurdulp und Drakzalk vorstellen². Anschließend trifft jeder von ihnen eine Aussage:

- Azorg sagt: „Höchstens einer von uns sagt die Wahrheit.“
- Bragnanzir sagt: „Mindestens zwei von uns lügen.“
- Crurdulp sagt: „Bragnanzir lügt.“
- Drakzalk sagt: „Genau zwei von uns sagen die Wahrheit.“

Finden Sie raus, welcher Kobold die Wahrheit gesagt und welcher gelogen hat. Begründen Sie auch, warum Ihre Lösung die **einzige** richtige ist. Eine umgangssprachliche, informelle Begründung genügt.

¹Genauer gesagt: Die Angelsachsen diskutieren über die Abspaltung vom [Hesperium Imperium](#).

²Bekanntermaßen nennen Kobolde stets wahrheitsgemäß ihre echten Namen.