Komplexitätstheorie

Sommersemester 2013

Prof. Dr. Georg Schnitger,
Dipl. Inf. Bert Besser

Arbeitsgruppe Theoretische Informatik, Institut für Informatik

GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN

Blatt 4

Ausgabe: 22.05.2013
Abgabe: 29.05.2012

4.1. Aufgabe (8) — *Ein P-vollständiges Problem*

Sei T eine endliche Menge. Im $ABSCHLUSS$-Problem fragen wir, ob für die Eingabe (T, S, i, op) das Element $i \in T$ im Abschluss von $S \subseteq T$ ist, wobei der Abschluss unter der Operation $\mathrm{op} : T \times T \to T$ gebildet wird.

Ein Beispiel: Sei $T = \{1, \ldots, 2k\}$, $S = \{2\}$, $i = 4$ und op sei $+(\mathrm{mod}\ 2k)$, wobei $k \geq 3$. Dann sind genau die geraden Zahlen aus T – und damit auch i – im Abschluss.

Zeige, dass $ABSCHLUSS$ vollständig für P ist, eine Reduktion von $M - CVP$ ist möglich.

Hinweis: Wähle T und op so, dass eine Simulation eines Schaltkreises möglich ist.

4.2. Aufgabe (8) — *Noch ein P-vollständiges Problem*

Wir wollen zeigen, dass das folgende beschränkte Zwei-Personen-Spiel vollständig für P ist.

Das Spiel ist beschrieben durch das Tupel (S_A, S_B, s_0, M, S_W). Alice ist am Zug, wenn der aktuelle Spielzustand zur Menge S_A gehört. Analoges gilt für Bob und S_B. Die Spieler wechseln sich ab, dabei sind die legalen Züge durch $M \subseteq S_A \times S_B \cup S_B \times S_A$ vorgegeben: wenn der aktuelle Zustand s ist, dann darf ein Zustand s' nur dann gewählt werden wenn $(s, s') \in M$ gilt. Es gilt $S_A \cap S_B = \emptyset$. Alice beginnt im Startzustand $s_0 \in S_A$. Alice gewinnt, sobald das Spiel sich in einem gewinnenden Zustand aus $S_W \subseteq S_A \cup S_B$ befindet.

Gefragt ist nach der Existenz einer Gewinnstrategie für Alice.

Im Vergleich zu $PSPACE$-vollständigen Spielen gibt es nur eine sehr kleine Anzahl von Konfigurationen, da jede Konfiguration in der Eingabe explizit aufzuführen ist.

Hinweis: Eine Reduktion von $ABSCHLUSS$ ist möglich: wenn i im Abschluss von S ist, dann gibt es einen Baum, der dies bezeugt.